QCM

1) $e^{-3\ln\frac{1}{2}} = 8$

2) $2e^{x+y} = 2e^{x}.e^{y}$

3) $e^{x} = \frac{1}{e} \Leftrightarrow x = -1$

4) $-2 < e^{x^2-1} < 1 \Leftrightarrow -1 < x < 1$

5) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

6) $f'(x) = \frac{x-1}{x^2e^{-x}}$

7) $\int_0^1 xe^{x^2}dx = \left[\frac{1}{2}e^{x^2}\right]_0^1 = \frac{1}{2}(e-1)$

Vrai – Faux

1) Vrai (théorème du cours)

2) Vrai ,en effet : pour x $\in \mathbb{R}_+^*$ soit $f(x) = x - \ln(x)$

$f'(x) = \frac{x-1}{x}$ d'où le tableau des variations de f

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	−	0	+	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

f admet le réel 1 comme minimum absolu $\Rightarrow$

$f(x) \geq 1 \Rightarrow f(x) > 0 \Rightarrow x - \ln(x) > 0$

$\Rightarrow \boxed{\ln(x) < x}$, $\forall x \in IR_+^*$ (1)

Comme $\ln(x) < x \Rightarrow e^{\ln(x)} < e^{x} \Rightarrow \boxed{x < e^{x}}$ (2)

(1) + (2) $\Rightarrow$ $\ln x < x < e^{x}$: $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$

3) Faux : $(x^{r+1})' = (r+1)x^{r}$

4) Faux

$f(-x) = \frac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1} = \frac{1-e^{x}}{1+e^{x}} = -f(x)$, f est impaire

2) Vrai

$\frac{e^{-x}+e^{x}}{2} = 1 \Leftrightarrow e^{x}+e^{-x} = 2$

$\Leftrightarrow e^{2x} - 2e^{x} + 1 = 0 \Leftrightarrow (e^{x}-1)^2 = 0$

$\Leftrightarrow e^{x} = 1$

Ex1

1) $e^{5\ln 3} = \left(e^{Ln(3)}\right)^5 = 3^5 = 243$

$e^{-3\ln 2} = (e^{\ln 2})^{-3} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$

2) $e^{x}e^{-2x} = e^{x}$, $e e^{x} = e^{x+1}$, $(e^{-x})^2 = e^{-2x}$

$\frac{e^{x}}{e^{-x}} = e^{2x}$, $\frac{e^{2x}}{e^{1-x}} = e^{3x-1}$

$(\frac{e^{x}}{e^{2x}})^4 = (e^{-x})^4 = e^{-4x}$

3) a) $(e^{x} + e^{-x})^2 = (e^{x})^2 + (e^{-x})^2 + 2e^{x}.e^{-x}$

$= e^{2x} + e^{-2x} + 2$

b) $\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}} = \frac{e^{x} - \frac{1}{e^{x}}}{e^{x} + \frac{1}{e^{x}}} = \frac{\frac{e^{2x}-1}{e^{x}}}{\frac{e^{2x}+1}{e^{x}}} =$

$\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}$

4) a) $1 \leq e^{x} \leq 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \leq e^{-x} \leq 1$

$\Rightarrow (\frac{1}{2})^2 \leq (e^{-x})^2 \leq (1)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} \leq e^{-2x} \leq 1$

b) $1 \leq e^{x} \leq 9 \Rightarrow \sqrt{1} \leq \sqrt{e^{x}} \leq \sqrt{9}$

$\Rightarrow 1 \leq e^{\frac{1}{2}x} \leq 3 \Rightarrow 2 \leq 2e^{\frac{1}{2}x} \leq 6$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn